DR. CHRISTOPH FRITSCH
Mail: Ch.Fritsch@uni-koeln.de

Universität zu Köln
Staatswissenschaftliches Seminar

STAATSTÄTIGKEIT UND STAATSFINANZEN – WS 10/11

AN DER ST KLIMENT OHRIDSKI UNIVERSITÄT, SOFIA

Musterlösung zur Übungsaufgabe 7.2

Aufgabe 7.2 Externe Effekte in der Produktion

Ein Chemieunternehmen am Oberlauf eines Flusses produziert x Tonnen Aspirin unter vollkommener Konkurrenz. Die Kosten belaufen sich auf 7 Mio € pro Tonne. Die Kostenfunktion (in Mio €) lautet also

$$C^A(x) = 7x$$

und die Preis-Absatzfunktion ist

$$p(x) = 39 - 2x.$$

In direkter Nachbarschaft produziert ein Imkerunternehmen ebenfalls unter vollkommener Konkurrenz y Tonnen Honig. Seine Kostenfunktion ist

$$C^L(y) = 4y$$

und die Preis-Absatzfunktion ist

$$p(y) = 34 - 3y.$$

(a) Welche Mengen x* und y* werden im Wettbewerbsgleichgewicht der Märkte gehandelt? Welcher Preis p^A für Aspirin und p^L für Honig stellt sich ein? Wie hoch ist die Gesamtwohlfahrt in der Wirtschaft?

Bei der Produktion einer Tonne Aspirin gelangen a = 4 Hektoliter giftige Abgase in die Luft. Die Gesamtmenge an Abgas beläuft sich somit auf A = ax Kubikmeter. Das Abgas verursacht Verunreinigungen des Honigs und zwingt das Imkerunternehmen, das Endprodukt vor dem Verkauf einer kostspieligen Reinigung zu unterziehen. Die Kosten des Imkerunternehmens steigen um ½ A.

(b) Welche Form von Marktversagen liegt im betrachteten Fall vor? Wie verändern sich die Gewinne der beiden Unternehmen und der gesellschaftliche Überschuss?

(c) Wie kann das Chemieunternehmen durch eine Mengensteuer dazu bewegt werden, die gesamtwirtschaftlich effiziente Menge Aspirin zu produzieren?

(d) Nehmen Sie an, es wäre möglich, die Eigentumsrechte an der sauberen Luft gerichtlich durchsetzbar dem Imkerunternehmen zuzuweisen. Wie verändert sich das Ergebnis?

(e) Wie ändert sich das Ergebnis, wenn die Eigentumsrechte dem Chemieunternehmen zugesprochen werden?

zu a)

Das Chemieunternehmen befindet sich in einem Markt mit vollkommener Konkurrenz. Es kann deshalb den Preis nicht selbst bestimmen. Wenn es seinen Preis höher ansetzt als den Marktpreis, wird es nichts verkaufen, da die anderen Anbieter am Markt günstiger anbieten. Es wird aber kein Unternehmen weniger für sein Gut verlangen, als es in der Produktion kostet. Daher wird jedes Unternehmen einen Preis in Höhe der Grenzkosten verlangen.

Die Gewinnfunktion des Chemieunternehmens lautet:

$$\begin{aligned} G(x) &= px - C(x) \\ &= px - 7x \end{aligned}$$

Das Chemieunternehmen verhält sich gewinnmaximierend:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(x)}{\partial x} &= p - 7 = 0 \\ &\Leftrightarrow p^A - 7 \end{aligned}$$

Das Aspirin wird zu einem Preis von 7 Mio e pro Tonne verkauft. Da das Chemieunternehmen aufgrund vollkommener Konkurrenz Preisnehmer ist, wird hier p als gegeben angenommen und bei der Maximierung die Preisabsatzfunktion nicht berücksichtigt. Wären die Unternehmen in ihren Märkten Monopolisten, würde die Preisabsatzfunktion im Maximierungskalkül berücksichtigt. Aus der Preis-Absatz-Funktion erhält man den Preis, der sich am Markt einstellt:

$$\begin{aligned} p(x) &= 39 - 2x \\ 7 &= 39 - 2x \\ 2x &= 32 \\ x_{opt} &= 16 \end{aligned}$$

Der Gewinn des Chemieunternehmens beträgt:

$$\begin{aligned} G(x) &= px - 7x \\ &= 7 * 16 - 7 * 16 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Das Chemieunternehmen wird 16 Tonnen Aspirin zu einem Preis von je 7Mio. € anbieten und macht unter vollkommener Konkurrenz Nullgewinne.

Für das Imkerunternehmen gilt analog:

$$\begin{aligned} G(y) &= py - C(y) \\ &= py - 4y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(y)}{\partial y} &= p - 4 = 0 \\ p^L_{opt} &= 4 \end{aligned}$$

DR. CHRISTOPH FRITSCH
Mail: Ch.Fritsch@uni-koeln.de

Universität zu Köln
Staatswissenschaftliches Seminar

Aus der Preis-Absatz-Funktion erhält man den Preis, der sich am Markt einstellt:

$$\begin{aligned} p(y) &= 34 - 3y \\ 4 &= 34 - 3y \\ 3y &= 30 \\ y_{opt} &= 10 \end{aligned}$$

Der Gewinn des Imkerunternehmens beträgt

$$\begin{aligned} G(y) &= py - 4y \\ &= 4 * 10 - 4 * 10 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Das Imkerunternehmen wird 10 Tonnen Honig zu einem Preis von je 4 Mio. € verkaufen und macht ebenfalls Nullgewinne. Der gesellschaftliche Überschuss besteht hier aus der Summe der Unternehmensgewinne:

$$W(x, y) - G(x) + G(y) - 0$$

Unter vollkommener Konkurrenz und konstanten Grenzkosten machen die Unternehmen Nullgewinne.

<u>Achtung:</u> Positive Effekte durch den Konsum von Aspirin und Honig sind hier außer acht gelassen Bei der

<u>zu b)</u>

Das Chemieunternehmen produziert in seiner Medikamentenherstellung einen negativen externen Effekt. Die Gewinnfunktion des Chemieunternehmens verändert sich nicht. Es gilt weiterhin:

$$G(x) = p^A x - C(x)$$

und somit wird es weiterhin xopt = 16 Tonnen Aspirin zu einem Preis von pA = 7 Mio e pro Tonne verkaufen. Somit macht das Chemieunternehmen weiterhin Nullgewinne. Die Kostenfunktion des Imkerunternehmens verändert sich zu:

$$C(y) = 4y + \frac{1}{2}A$$

Die Gewinnfunktion des Imkerunternehmens hat nun die Form:

$$\begin{aligned} G(y) &= p^L y - C(y) \\ G(y) &= p^L y - 4y - \frac{1}{2}A \end{aligned}$$

Da A = 4x ergibt sich:

$$G(y) = p^L y - 4y - 2x$$

Das Imkerunternehmen kann die externen Kosten der Aspirinproduktion nicht beeinflussen. Auch sein Gewinnmaximierungskalkül verändert sich nicht:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(y)}{\partial y} &= p^L - 4 = 0 \\ p^L &= 4 \end{aligned}$$

Es ergibt sich dasselbe Marktgleichgewicht. Das Imkerunternehmen wird 10 Tonnen Honig zu einem Preis von je 4 Mio e verkaufen. Aber der Gewinn des Imkerunternehmens beträgt nun:

$$\begin{aligned} G(y) &= p^L * y - 4y - 2x \\ &= 4 * 10 - 4 * 10 - 32 = -32 \end{aligned}$$

Das Imkerunternehmen macht 32 Mio. € Verluste. Die gesamtwirtschaftliche Wohlfahrt beträgt jetzt:

$$\begin{aligned} W(x,y) &= G(x) + G(y) \\ &= 0 - 32 = -32 \end{aligned}$$

zu c)

Frage: Wie hoch ist die gesamtwirtschaftlich optimale Produktionsmenge und der optimale Preis für Aspirin?

Antwort: Gesamtwirtschaftliche Wohlfahrtsfunktion maximieren:

$$\begin{aligned} W(x,y) &= G(x) + G(y) \\ &= p^A x - C(x) + p^L y - C(y) - 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial x} &= p^A - \frac{\partial C(x)}{\partial x} - \frac{1}{2} = p^A - 7 - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow p^A_{opt} - 9 \end{aligned}$$

Die gesamtwirtschaftlich optimale Menge beträgt:

$$\begin{aligned} p(x) &= 39 - 2x \\ 9 &= 39 - 2x \\ &\Leftrightarrow x_{opt} = \frac{30}{2} = 15 \end{aligned}$$

Das Chemieunternehmen produziert also aus gesamtwirtschaftlicher Sicht zuviel. Das Chemieunternehmen muss die Kosten, die es beim Imkerunternehmen verursacht in sein Maximierungskalkül einbeziehen.

Frage: Wie kann das Problem der Überproduktion im Chemieunternehmen gelöst werden?

Antwort: Mittels Steuererhebung beim Chemieunternehmen in Höhe der externen Grenzkosten.

Die externen Kosten der Medikamentenproduktion betragen 2 Mio. € pro Tonne Aspirin. Die Gewinnfunktion des Chemieunternehmens verändert sich zu:

$$G(x) = p^A x - C(x) - \tau x$$

mit τ = 2: Es ergibt sich also:

$$G(x) = p^A x - 7x - 2x$$

Gewinnmaximierung führt nun zu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(x)}{\partial x} &= p^A - \frac{\partial C(x)}{\partial x} - \tau = p - 7 - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow p^A = 9 \end{aligned}$$

Die gewinnmaximale Menge beträgt:

$$\begin{aligned} p(x) &= 39 - 2x \\ 9 &= 39 - 2x \\ &\Leftrightarrow x = 15 \end{aligned}$$

Der Gewinn des Chemieunternehmens beträgt:

$$\begin{aligned} G(x) &= p^A_{opt} x - C(x) - \tau x \\ &= 9 * 15 - 7 * 15 - 2 * 15 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Das Steueraufkommen beträgt:

$$\tau x = 2 * 15 = 30$$

Das Imkerunternehmen verändert seine Produktion nicht. Sein Gewinn beträgt nun:

$$\begin{aligned} G(y) &= py - 4y - 2x \\ &= 4 * 10 - 4 * 10 - 2 * 15 \\ &= -30 \end{aligned}$$

Das Imkerunternehmen macht 30 Mio e Verluste.

Aber: Der Staat kann das Imkerunternehmen mit Steuereinnahmen entschädigen. Wenn der Staat das Imkerunternehmen für seinen Verlust entschädigt, beträgt sein Gewinn wieder:

$$G(y) = -30 + 30 = 0$$

Somit beträgt die Gesamtwohlfahrt (ohne positive Konsumeffekte) wieder:

$$W(x,y) = G(x) + G(y) = 0$$

zu d)

Wenn das Imkerunternehmen die Eigentumsrechte an der sauberen Luft besitzt und vor Gericht durchsetzen kann, muss es von dem Chemieunternehmen für die Folgen der Verschmutzung entschädigt werden. Die externen Kosten der Medikamentenproduktion betragen 2 Mio. pro Tonne Aspirin. Bezeichnet man den Entschädigungssatz mit e verändert sich die Gewinnfunktion des Chemieunternehmens zu:

$$G(x) = p^A x - C(x) - ex$$

Mit e = 2 ergibt sich also:

$$G(x) = p^A x - 7x - 2x$$

Gewinnmaximierung führt nun zu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(x)}{\partial x} &= p^A - \frac{\partial C(x)}{\partial x} - e = p - 7 - 2 = 0 \\ p^A &= 9 \end{aligned}$$

Die gewinnmaximale Menge beträgt:

$$\begin{aligned} p(x) &= 39 - 2x \\ 9 &= 39 - 2x \\ &\Leftrightarrow x = 15 \end{aligned}$$

Der Gewinn des Chemieunternehmens beträgt:

$$\begin{aligned} G(x) &= p^A_{opt} x - C(x) - \tau x \\ &= 9 * 15 - 7 * 15 - 2 * 15 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Somit beträgt der gesellschaftliche Überschuss (ohne positive Konsumeffekte) auch in diesem Fall:

$$W(x,y) = G(x) + G(y) = 0$$

zu e)

Wenn die Eigentumsrechte beim Chemieunternehmen liegen, kann es die Luft in beliebigem Ausmaß verschmutzen. Das Imkerunternehmen hat aber einen Anreiz, das Chemieunternehmen durch eine Ausgleichszahlung zu einer Reduzierung seiner Produktionsmenge zu bewegen. Dies ist der Fall, da eine Reduktion der Luftverschmutzung den Gewinn des Imkerunternehmens steigen lässt. Das Chemieunternehmen werde für jede Tonne, um die es seine Ausbringungsmenge unter die gewinnmaximale Menge absenkt in Höhe von s entschädigt. Die gesamte Entschädigungszahlung beträgt dann $s(x*-x)$.

Der Gewinn des Imkerunternehmens beträgt:

$$G(y) = p^L y - 4y - \frac{1}{2}ax - s(x^* - x)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(y)}{\partial y} &= p^L - 4 = 0 \\ p^L &= 4 \end{aligned}$$

Preis und Menge des Imkerunternehmens bleiben unverändert. Es gilt weiterhin $p^L = 4$ und y = 10. Bei der Festlegung der optimalen Höhe der Ausgleichszahlung muss die, für das Imkerunternehmen optimale Menge x ermittelt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(y)}{\partial x} &= -2 + s = 0 \\ s &= 2 \end{aligned}$$

Für das Imkerunternehmen ist es gewinnmaximal, dem Chemieunternehmen eine Kompensation von 2 Mio:e für jede Tonne zu zahlen, um die die Aspirinproduktion unter die gewinnmaximale Menge gesenkt wird. Aus Aufgabenteil b) ist bekannt, dass die gewinnmaximale Menge Aspirin x* = 16 Mio. Tonnen beträgt:

$$G(x) = p^A x - 7x - s(16 - x)$$

Um wieviele Tonnen wird das Chemieunternehmen seine Produktion reduzieren?

Gewinnmaximierung ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(x)}{\partial x} &= p^A - 7 - s = 0 \\ &\Longleftrightarrow p^A = 7 + 2 = 9 \end{aligned}$$

Die angebotene Menge beträgt bei einem Preis von 9Mio. € pro Tonne entsprechend den vorhergehenden Beispielen x = 15 Tonnen Aspirin. Für die Gewinne der beiden Unternehmen ergibt sich:

$$\begin{aligned} G(y) &= p^L y - 4y - \frac{1}{2}ax - s(x^* - x) \\ &= 4 * 10 - 4 * 10 - \frac{1}{2} * 4 * 15 - 2 * (16 - 15) \\ &= -32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x) &= p^A x - 7x - s(16 - x) \\ &= 9 * 15 - 7 * 15 + 2 * (16 - 15) \\ &= 32 \end{aligned}$$

Der gesellschaftliche Überschuss beträgt wie im Ausgangsbeispiel:

$$W(x, y) = G(x) + G(y) = 0$$

Auch wenn dem Chemieunternehmen die Eigentumsrechte an der sauberen Luft zugesprochen werden, kann das gesamtwirtschaftlich e¢ ziente Ergebnis erreicht werden. Jedoch verändert sich die Verteilung der Gewinne innerhalb der Gesellschaft.