Dr. Werner Klein
Universität zu Köln
Staatswissenschaftliches Seminar

e.-mail: w.klein.wisofak@uni-koeln.de

Grundzüge der Mikroökonomik

6.3 Modelle der Oligopolpreisbildung auf vollkommenem Markt

6.3.1 COURNOT'sches Duopol

Modellannahmen:

Antoine Augustin Cournot
(1801 - 1877)

Marktstruktur

- qualitativ: vollkommener Markt
- quantitativ: zwei Anbieter (A, B) - viele Nachfrager

Gegebene Marktnachfragefunktion (N)

Kostenlose Produktion

Verhaltensannahme:

Gewinnmaximierung unter der Annahme, daß der jeweilige Konkurrent auf eigenes marktstrategisches Verhalten (Mengenstrategie) nicht reagiert.

Allgemein-analytische Darstellung der Duopolsituation

$$(1)\, N: p = a - bx_{(N)} \quad (2)\, x_{(N)} = (x_A + x_B)$$

$$(3)\, p = f(x_A + x_B)$$

Gewinnsituation des Duopolisten (A)

$$(4)\, G_A = E_A - K_A \quad (5)\, E_A = p \cdot x_A$$

$$(6)\, K_A = f(x_A).$$

Für (4) läßt sich unter Berücksichtigung von (2) und (6) auch schreiben

$$(7)\, G_A = f(x_A + x_B) \cdot x_A - K_A.\ M.a.W.$$

$$(8)\, G_A = F(x_A, x_B)$$

Gewinnmaximum des (A)

$$(10)\, dG_A = \frac{\partial G_A}{\partial x_A} dx_A + \frac{\partial G_A}{\partial x_B} dx_B \overset{!}{=} 0 \,|: dx_A$$

$$(11)\, \frac{\partial G_A}{\partial x_A} + \frac{\partial G_A}{\partial x_B} \cdot \frac{dx_B}{dx_A} = 0.\ \textit{Entsprechend gilt für } (B):$$

$$(12)\, \frac{\partial G_B}{\partial x_B} + \frac{\partial G_B}{\partial x_A} \cdot \frac{dx_A}{dx_B} = 0$$

Die Oligopolmodelle unterscheiden sich im wesentlichen durch die Annahmen über die jeweilige Struktur der in den Gleichungen (11) bzw. (12) und als Reaktionskoeffizienten interpretierbaren Differentialquotienten (dx_B/dx_A bzw. dx_A/dx_B)

Cournotsches Oligopol- allgebraische Lösung

$$(1)\, p = a - bx$$

$$(2)\, x = x_A + x_B$$

$$(3)\, p = a - b(x_A + x_B) = a - bx_A - bx_B$$

Bei kostenloser Produktion gilt: Gewinnmaximum = Erlösmaximum

$$(4)\, E_A = px_A = (a - bx_A - b\bar{x}_B)x_A$$
$$= ax_A - b(x_A)^2 - bx_A\bar{x}_B$$

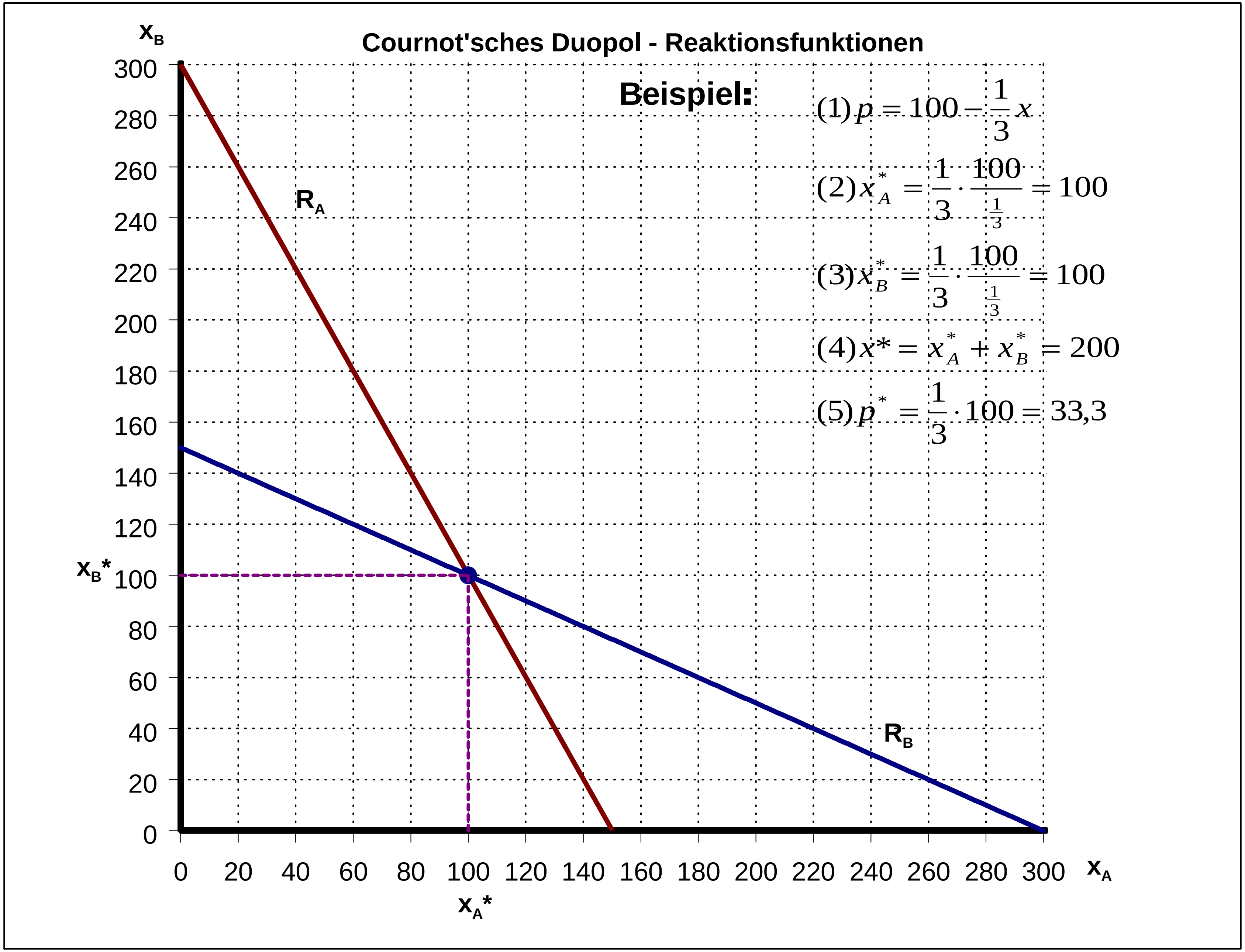
$$(5)\, E_B = px_B = (a - b\bar{x}_A - bx_B)x_B$$
$$= ax_B - b\bar{x}_A x_B - b(x_B)^2$$

Maximierung von (4) und (5): E' $_A$ = 0 und E'$_B$ = 0

$$(6)\, E'_A = \frac{dE_A}{dx_A} = a - 2bx_A - b\bar{x}_B = 0 \qquad (8)\, x_A = \frac{1}{2}\frac{a}{b} - \frac{1}{2}x_B \quad \mathrm{Re}\,aktionsfunktion\,(A){:}\ R_A$$

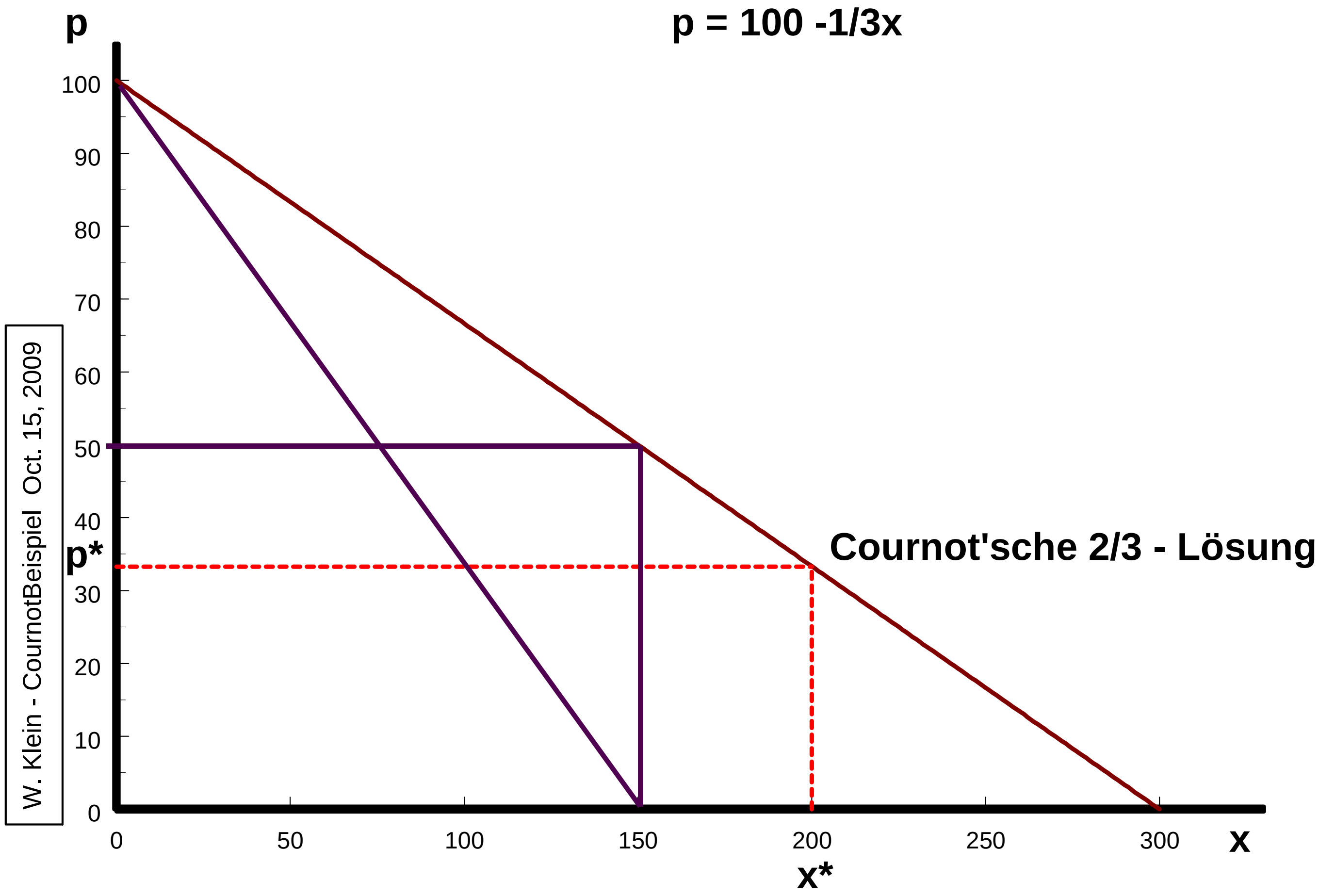
$$(7)\, E'_B = \frac{dE_B}{dx_B} = a - 2bx_B - b\bar{x}_A = 0 \qquad (9)\, x_B = \frac{1}{2}\frac{a}{b} - \frac{1}{2}x_A \quad \mathrm{Re}\,aktionsfunktion\,(B){:}\ R_B$$

$$(10)\, x_A^* = \frac{1}{3}\frac{a}{b} \quad (11)\, x_B^* = \frac{1}{3}\frac{a}{b} \qquad (11)\, x^* = x_A^* + x_B^* = \frac{2}{3}\cdot\frac{a}{b} \quad (12)\, p^* = a - b\cdot\frac{2}{3}\frac{a}{b} = \frac{1}{3}a$$


Cournot'sches Duopol - Reaktionsfunktionen
Beispiel:
(1) $p = 100 - \frac{1}{3}x$
(2) $x_A^* = \frac{1}{3} \cdot \frac{100}{\frac{1}{3}} = 100$
(3) $x_B^* = \frac{1}{3} \cdot \frac{100}{\frac{1}{3}} = 100$
(4) $x^* = x_A^* + x_B^* = 200$
(5) $p^* = \frac{1}{3} \cdot 100 = 33{,}3$
R_A
R_B
x_B
x_A
x_B^*
x_A^*
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240
260
280
300

Cournot'sches Oligopol (Dyopol)

p = 100 -1/3x



"Von Stackelbergsches" asymmetrischen Dyopol: allgebraische Lösung

(1905-1946)

Annahmen:

- Beide Dyopolisten (A und B) arbeiten ohne Kosten
- A - Unabhängigkeitsposition
- B - Abhängigkeitsposition

Die (lineare) Nachfragefunktion lautet:

$(1)\, p = a - bx \quad (2)\, x = x_A + x_B \quad (3)\, p = a - b(x_A + x_B)$

$(4)\, p = a - bx_A - bx_B$

Ableitung der Reaktionsfunktion des (B)

$$(5) E_B = px_B = (a - bx_A - bx_B)x_B \Rightarrow (6) E_B = ax_B - b\overline{x}_A x_B - bx_B^2$$

$$(7) E_{B(\max)} : E'_B = \frac{dE_B}{dx_B} = a - bx_A - 2bx_B = 0 \quad (8) x_B^* = \frac{1}{2}\frac{a}{b} - \frac{1}{2}x_A \ldots \mathrm{Re}\,aktionsfunktion\ B.$$

$$(9) E_A = p \cdot x_A \;(10) E_A = (a - bx_A - bx_B)x_A \;(10) E_A = ax_A - b(x_A)^2 - bx_B x_A \ldots x_{(B)} \rightarrow (8)$$

$$(11) E_A = ax_A - b(x_A)^2 - bx_A\left(\frac{a}{2b} - \frac{1}{2}x_a\right)$$

$$= ax_A - b(x_A)^2 - \frac{a}{2}x_A + \frac{b}{2}(x_A)^2$$

$$(12)\, E_{A(\max)}: E_A^{'} = \frac{dE_A}{dx_A} = a - 2bx_A - \frac{a}{2} + bx_A = 0 \quad (13)\, x_A^* = \frac{1}{2}\cdot\frac{a}{b} \quad \ldots(13)\ in\ (8)$$

$$(14)\, x_B^* = \frac{1}{2}\frac{a}{b} - \frac{1}{2}\cdot(\frac{1}{2}\frac{a}{b}) \Rightarrow (15)\, x_B^* = \frac{1}{4}\cdot\frac{a}{b} \quad \ldots entsprechend\ (2)\ gilt\ dann$$

$$(16)\, x^* = x_A^* + x_B^* \quad (17)\, x^* = \frac{1}{2}\frac{a}{b} + \frac{1}{4}\cdot\frac{a}{b} = \frac{3}{4}\cdot\frac{a}{b} \quad \ldots entsprechend\ (1)\ gilt\ dann$$

$$(18)\, p^* = a - b(\frac{3}{4}\cdot\frac{a}{b}) = \frac{1}{4}a \quad (19)\, x_A = \frac{2}{3}\frac{a}{b} - \frac{2}{3}x_B \quad \ldots.\mathrm{Re}aktionsfunktion\ A$$

Zahlenbeispiel:

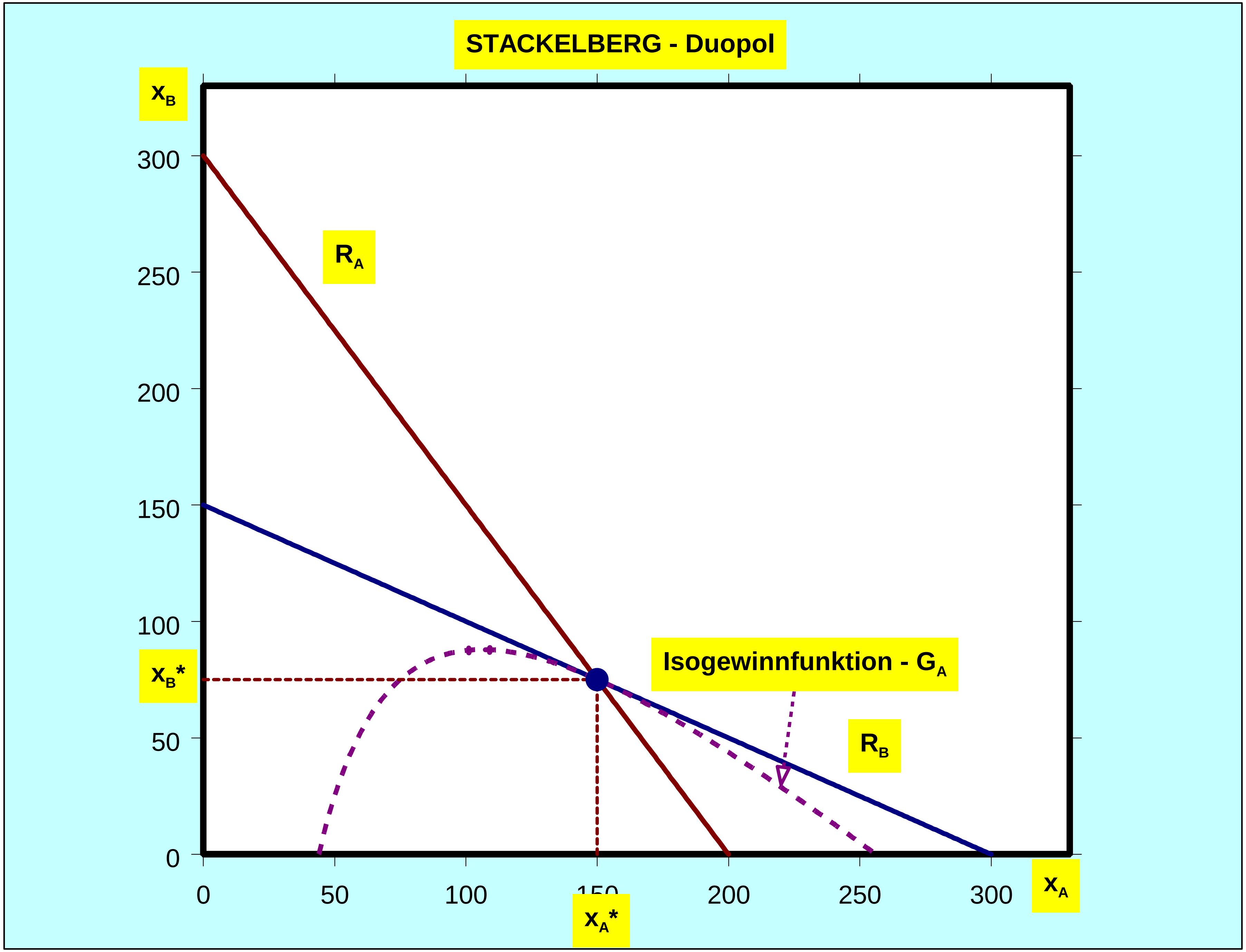
$$(1)\, p = 100 - {}^1\!/_3\, x \quad (2)\, x_A^* = \frac{1}{2}\cdot\frac{a}{b} \quad (3)\, x_A^* = \frac{1}{2}\cdot\frac{300}{{}^1\!/_3} = 150$$

$$(4)\, x_B^* = \frac{1}{4}\cdot\frac{a}{b} \quad (5)\, x_B^* = \frac{1}{4}\cdot\frac{300}{{}^1\!/_3} = 75$$

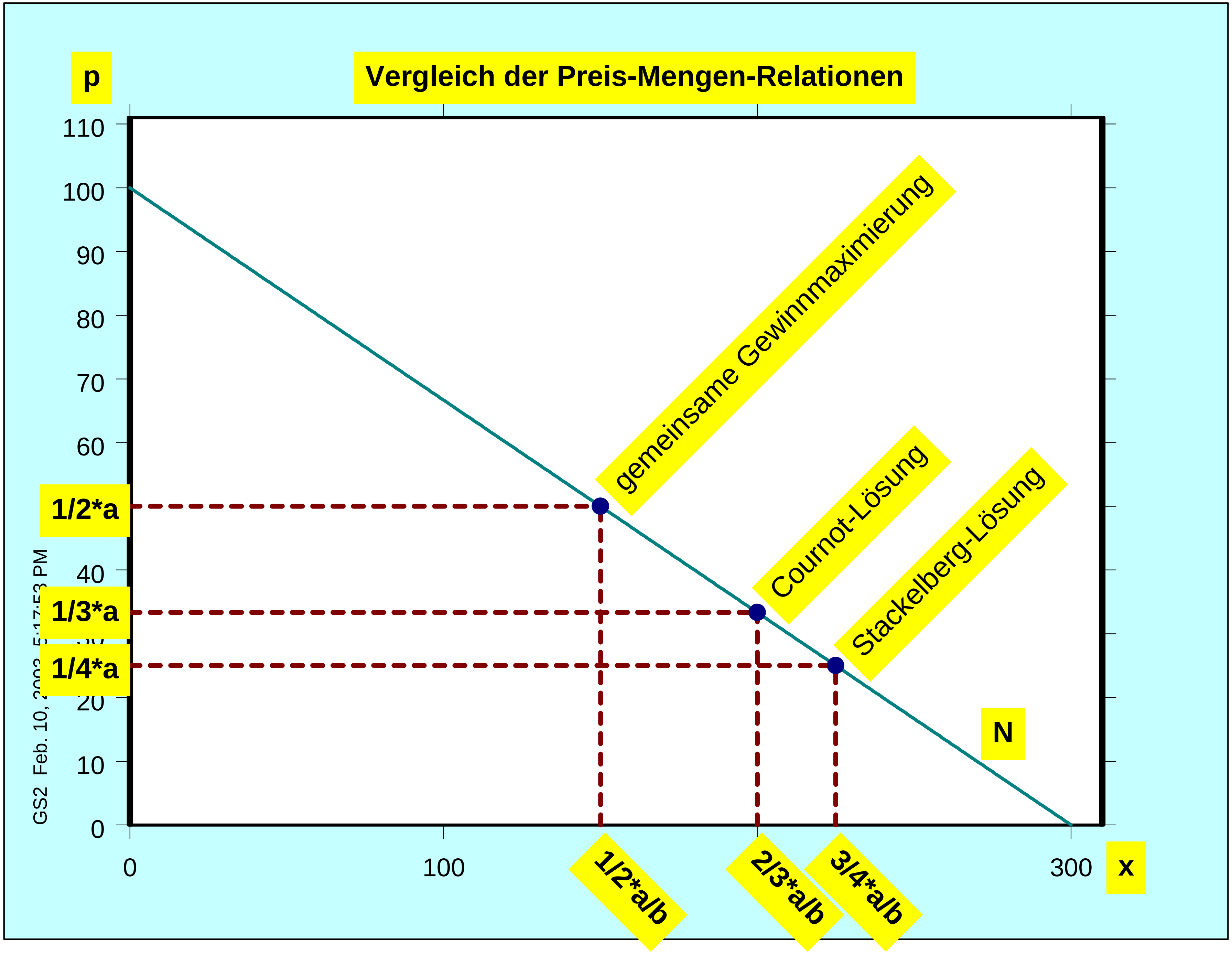
$$(6)\, x^* = x_A^* + x_B^* \quad (7)\, x^* = 150 + 75 = 225$$

$$(8)\, p^* = 100 - {}^1\!/_3\, x^* \quad (9)\, p^* = 100 - {}^1\!/_3 \cdot 225 = 25$$

$$(10)\, R_B: x_B = 300 - \frac{1}{2}x_A \quad (11)\, R_A: x_A = 200 - \frac{2}{3}x_B$$



STACKELBERG - Duopol
x_B
300
250
200
150
100
x_B^*
50
0
R_A
Isogewinnfunktion - G_A
R_B
0
50
100
150
200
250
300
x_A
x_A^*


p
Vergleich der Preis-Mengen-Relationen
110
100
90
80
70
60
40
20
10
0
0
100
300
x
1/2*a
1/3*a
1/4*a
gemeinsame Gewinnmaximierung
Cournot-Lösung
Stackelberg-Lösung
N
1/2*a/b
2/3*a/b
3/4*a/b
GS2 Feb. 10,