

Анри Поанкаре Наука и хипотеза (1902)

Тази книга е първият от четирите сборника с писани в различно време философски работи на Поанкаре. За разлика от повечето глави, поместената тук не е публикувана преди първото му издание. Преводът е направен по изданието Henri Poincaré, *La science et l'hypothèse*, Flammarion, Paris, 1968.

Глава IV: Пространството и геометрията

Да започнем с един малък парадокс.

Съществува с ум като нашия и със същите сетива като нашите, които, обаче, не са били подложени на никакво предварително обучение, биха могли да получат от един подходящо избран външен свят такива [сетивни] впечатления, които биха ги накарали да конструират геометрия, различна от Евклидовата, и да локализират явленията на този външен свят в някакво неевклидово пространство или дори в пространство с четири измерения.

Ние, обучените в света, в който действително живеем, ако внезапно бихме се пренесли в този нов свят, не бихме се затруднили да прехвърлим неговите явления в нашето Евклидово пространство. Обратно, ако тези същества бъдат пренесени при нас, те ще бъдат принудени да отнесат нашите явления към неевклидовото пространство.

Слабо казано! С малко усилия ние бихме могли да направим същото. Ако някой би посветил живота си на това, той, може би, би съумял да си представи четвъртото измерение.

ГЕОМЕТРИЧНОТО ПРОСТРАНСТВО И ПРОСТРАНСТВОТО НА ПРЕДСТАВАТА. Често се казва, че образите на външните предмети са локализиращи в пространството, че те дори могат да се образуват само при това условие. Казва се също, че това пространство, което по такъв начин служи за предварително готова *рамка* за нашите усещания и нашите представи, съвпада с пространството на геометрите и притежава всичките му свойства.

На всички здравомислещи хора, които са на това мнение, горната фраза трябва да им се стори странна. Но добре е да видим дали те не са жертва на някаква илюзия, която един задълбочен анализ може да разсее.

Какви са, най-напред, свойствата на пространството в собствения смисъл на думата? Искам да кажа, на пространството, което е предмет на геометрията и което ще наричам *геометрично пространство*. Ето някои от по-съществените:

- 1) То е непрекъснато;
- 2) То е безкрайно;
- 3) То има три измерения;
- 4) То е хомогенно, т.е. всичките му точки са идентични;
- 5) То е изотропно, т.е. всички прави, които минават през една и съща точка са идентични.

Сега да го сравним с рамката на нашите представи и нашите усещания, която бих могъл да нарека *пространство на представата*.

ЗРИТЕЛНОТО ПРОСТРАНСТВО. Да разгледаме най-напред едно чисто зрително впечатление, което се дължи на образ, проектиран върху ретината.

Един бегъл анализ ще ни покаже този образ като непрекъснат, но само в две измерения. Това вече отличава от геометричното пространство това, което може да се нарече *чисто зрително пространство*.

От друга страна, този образ е затворен в ограничен кадър.

Накрая, има друга една, не по-маловажна разлика: *това чисто зрително пространство не е хомогенно*. Всички точки на ретината, като се абстрахираме от образите, които могат да се образуват в тях, не играят една и съща роля. Жълтото петно по никакъв начин не може да се разглежда като идентично с точка от периферията на

ретината^{1[1]}. Действително, не само че един и същ обект създава там много по-живи впечатления, а и, като във всеки *ограничен* кадър, точката в средата на кадъра не изглежда идентична с точка в съседство с един от краищата. [...]

ОСЕЗАТЕЛНОТО И ДВИГАТЕЛНОТО ПРОСТРАНСТВО. “Осезателното пространство” е още по-сложно от зрителното и се отдалечава още повече от геометричното. Безполезно е да се повтаря, по отношение на осезанието, обсъждането, което направих на зрението.

Но освен данните на зрението и осезанието има други усещания, които допринасят колкото тях и повече за формирането на понятието за пространство. Това са тези, познати на всички усещания, които съпътстват всичките ни движения и които обикновено се наричат мускулни.

Рамката, в която са поставени те, съставлява *двигателното пространство*.

Всеки мускул поражда едно отделно усещане, което може да се усилва и да отслабва, така че целостта на нашите мускулни усещания ще зависи от толкова променливи, колкото мускули имаме. От такава гледна точка *двигателното пространство би трябвало да има толкова измерения, колкото мускули имаме*.

Зная, ще кажат, че ако мускулните усещания допринасят за формирането на понятието за пространство, това, е защото ние имаме представа за *посоката* на всяко движение и тя е неделима част от това усещане. Ако това е така, ако едно мускулно усещане не може да възникне, без да се придружава от тази геометрична представа за посоката, геометричното пространство трябва да е форма, наложена на нашата сетивност.

Но аз изобщо не забелязвам такова нещо, когато анализирам усещанията си.

Това, което виждам, е, че усещанията, които съответстват на движения в една и съща посока, са свързани в ума ми чрез проста *асоциация на идеи*. Точно до тази асоциация се свежда това, което наричаме “представа за посоката”. Следователно, не бихме могли да открием тази представа в едно отделно усещане.

Тази асоциация е изключително сложна, тъй като свиването на един и същ мускул може да съответства, в зависимост от положението на членовете, на движения в съвсем различна посока.

Тя, във всеки случай, очевидно е придобита; тя, като всички асоциации на идеи, е резултат на *навик*; самият този навик е резултат на твърде много *преживявания*; без никакво съмнение, ако сетивата ни бяха тренирани в друга среда, където да сме подложени на различни усещания, щяха да възникнат противоположни навици и нашите мускулни усещания щяха да се асоциират съгласно други закони.

ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ПРОСТРАНСТВОТО НА ПРЕДСТАВАТА. И така, пространството на представата в трите си форми — зрителна, осезателна и двигателна — се различава по същество от геометричното пространство.

То не е нито хомогенно, нито изотропно; не може да се каже дори, че то има три измерения.

Често казват, че “проектираме” в геометричното пространство обектите на външното си възприятие; че ги “локализираме”.

Това има ли смисъл и какъв е той?

Това означава ли, че ние си *представяме* външните предмети в геометричното пространство?

Нашите представи не са нищо друго освен възпроизвеждане на нашите усещания, следователно, те могат да се подреждат само в същото поле като тях, т.е. в пространството на представата.

За нас е също толкова невъзможно да си представим външните тела в геометричното пространство, колкото за един художник — да нарисува върху плоска повърхност предмети с техните три измерения.

Пространството на представата е само образ на геометричното пространство, образ, деформиран от една особена перспектива и ние можем да си представим предметите, само ако ги подчиним на нейните закони.

Така че, ние не си *представяме* външните тела в геометричното пространство, а *разсъждаваме* за тези тела, като че ли са разположени в пространството на геометрията.

Когато казваме, от друга страна, че “локализираме” даден предмет в дадена точка на пространството, какво означава това?

Това означава, просто че си представяме движенията, които трябва да се направят за достигането на този предмет; и нека не ни се казва, че за да си представим тези движения, те самите трябва да се проектират в пространството и че понятието за пространство трябва, следователно, да предшества тази представа.

Когато казвам, че си представяме тези движения, искам само да кажа, че ние си представяме мускулните усещания, които ги съпътстват и които изобщо не притежават геометричен характер. Следователно, те ни най-малко не предполагат понятието за пространство.

ИЗМЕНЕНИЯ НА СЪСТОЯНИЕТО И ИЗМЕНЕНИЯ НА ПОЛОЖЕНИЕТО. Но, ще кажат, ако идеята за геометрично пространство не е [предварително] наложена на нашето съзнание, ако, от друга страна, никое от усещанията ни не може да ни я достави, как е могла да се породи тази идея?

Това ни предстои да обсъдим сега и то изисква малко повече време, но бих могъл в няколко думи да резюмирам опита за обяснение, който ще развия след малко.

Никое наше изолирано усещане не би могло да ни доведе до идеята за пространство. Ние стигаме до него, само като изучаваме законите, съгласно които тези усещания следват едно след друго.

Ние виждаме най-напред, че нашите впечатления са подложени на изменение; но скоро се налага да направим разлика между измененията, които констатираме.

Ние ту казваме, че предметите, които причиняват тези впечатления са променили състоянието си, ту — че само са се преместили.

Дали един предмет е променил състоянието, или само положението си, това за нас се изразява винаги в едно и също нещо: *във видоизменение на една съвкупност от усещания.*

Какво тогава е могло да ни накара да различаваме тези две неща? Лесно е да си дадем сметка за това. Ако е имало само промяна на положението, ние можем да възстановим първоначалната съвкупност от впечатления, като направим движения, които ни връщат по отношение на движещия се предмет в същото *относително* положение. Така ние *коригираме* видоизменението, което се е извършило, и възстановяваме началното състояние чрез противоположно видоизменение.

Например, що се отнася до зрението, ако един предмет се премества пред очите ни, ние можем да го “проследим с очи” и да задържим неговия образ в една и съща точка на ретината чрез съответни движения на очната ябълка.

Ние осъзнаваме тези движения, защото са волеви и защото са съпроводени от мускулни усещания, но това не означава, че си ги представяме в геометричното пространство.

Така че, това, което характеризира промяната на положението, което я отличава от промяната на състоянието, е, че тя може да се *коригира* по такъв начин.

Значи, възможно е да преминем от съвкупността от усещания *A* към съвкупността *B* по два различни начина: 1) без да сме искали това и без да изпитваме мускулни усещания, което става, когато предметът е този, който се премества; 2) умишлено и изпитвайки мускулни усещания, което се случва, когато предметът е неподвижен, а се премества ние, така че предметът да е в относително движение спрямо нас.

Ако е така, преминаването от съвкупността A към съвкупността B е само промяна на положението.

Оттук следва, че зрението и осезанието не биха могли да ни дадат понятието за пространство без помощта на “мускулното сетиво”.

Това понятие не може да бъде извлечено от едно отделно усещане, а само *от поредица от усещания*. Нещо повече. Едно *неподвижно* същество никога не би могло да го придобие, тъй като, бидейки неспособно *да коригира* чрез своите движения ефектите от измененията на положението при външните предмети, то не би имало никакво основание да ги различава от измененията на състоянието. То не би могло да го придобие също и ако се движеше, но не по своя воля, или ако движенията му не се съпровождаха от никакви усещания.

УСЛОВИЯ НА КОМПЕНСИРАНЕТО. Как е възможно подобно компенсиране, при което две изменения, иначе независими едно от друго, се коригират взаимно?

Един ум, който вече знае геометрия би разсъждавал, както следва:

За да се извърши компенсацията, очевидно трябва различните части на външния предмет, от една страна, и различните ни сетивни органи, от друга, да се окажат след двойното изменение в едно и също *относително* положение. А за целта различните части на външния предмет трябва всичките да запазят същото относително положение една спрямо друга и същото да стане с различните части на нашето тяло една спрямо друга.

С други думи, външният предмет при първото изменение трябва да се премества като непроменливо твърдо тяло и същото важи за нашето тяло при второто изменение, което коригира първото.

При тези условия може да се извърши компенсацията.

Но *след като не знаем още геометрия*, тъй като за нас понятието за пространство още не се е формирало, ние не можем да разсъждаваме по такъв начин, не можем да предвидим *a priori* дали компенсацията е възможна. Но опитът ни учи, че тя се извършва понякога и това е опитният факт, от който тръгваме, за да различим измененията на състоянието от измененията на положението.

ТВЪРДИТЕ ТЕЛА И ГЕОМЕТРИЯТА. Сред предметите, които ни обкръжават, има такива, които често са подложени на премествания, поддаващи се на такава корекция чрез *съотносително* движение на собственото ни тяло. Това са *твърдите тела*.

Другите предмети, чиято форма е променлива са подложени само по изключение на подобни премествания (изменение на положението без промяна на формата). Когато едно тяло се е преместило, като се е *деформирало*, ние вече не можем, чрез съответни движения, да върнем сетивните си органи в същото *относително* положение спрямо това тяло; поради което вече не можем да възстановим първоначалната съвкупност от впечатления.

Едва по-късно и в резултат на нов опит се научаваме да разлагаме телата с променлива форма на по-малки елементи, такива, че всеки от тях се премества горедолу съгласно същите закони като твърдите тела. Така различаваме “деформациите” от другите изменения на състоянието; при такива деформации всеки елемент претърпява просто изменение на положението, което може да бъде коригирано; но видоизменението, претърпяно от тяхната съвкупност, е по-дълбоко и вече не се поддава на корекция чрез *съотносително* движение.

Подобно понятие е вече много сложно и е могло да се появи само сравнително късно; впрочем, то не би могло да възникне, ако наблюдението на твърдите тела вече не ни беше научило да различаваме измененията на положението.

Следователно, ако в природата нямаше твърди тела, нямаше да има геометрия.

Друга бележка също заслужава да се спрем за момент на нея. Да си представим, че едно твърдо тяло заема най-напред положението α , а после преминава в

положението β ; в първото си положение то ни създава съвкупността от впечатления A , а във второто си положение съвкупността от впечатления B . Нека сега да има второ твърдо тяло с качества, съвсем различни от първото, например с друг цвят. Да предположим още, че то преминава от положението α , където ни създава съвкупността от впечатления A' , в положението β , където ни създава съвкупността от впечатления B' .

В общия случай съвкупността A няма да има нищо общо със съвкупността A' , нито съвкупността B със съвкупността B' . Следователно преходът от съвкупността A към съвкупността B и този от съвкупността A' към съвкупността B' са две изменения, които в общия случай *сами по себе си* нямат нищо общо.

И при все това ние разглеждаме и двете изменения като премествания и, нещо повече, ние ги схващаме като *едно и също* преместване. Как става това?

Просто защото те и двете могат да бъдат коригирани от *едно и също* съотносително движение на нашето тяло.

Значи “съотносителното движение” съставлява *единствената връзка* между две явления, които иначе никога не би ни хрумнало да съпоставим.

От друга страна, нашето тяло, благодарение на множеството си стави и мускули може да извършва маса разнообразни движения; но не всички могат да послужат за “корекция” на някакво видоизменение на външните предмети; а само тези, при които цялото ни тяло, или, най-малко, всичките ни сетивни органи, които влизат в действие, се преместват като цяло, т.е. без да се променят относителните им положения, както при твърдите тела.

Накратко:

1) Налага ни се най-напред да различаваме две категории явления:

Едните, независими от волята ни, непридружени от мускулни усещания, приписваме на външните предмети; това са външните изменения; другите, с противоположен характер, които приписваме на движенията на собственото си тяло, са вътрешните изменения.

2) Забелязваме, че определени изменения от всяка от тези категории могат да се коригират чрез съотносително на тях движение от другата категория.

3) Сред външните изменения отличаваме тези, които имат свое съотносително движение в другата категория, и ги наричаме премествания; и по същия начин сред вътрешните изменения отличаваме тези, които имат корелат в първата категория.

Така благодарение на това взаимоотношение е дефиниран един особен клас явления, които наричаме премествания. *Именно законите на тези явления съставляват предмета на геометрията.*

ЗАКОН ЗА ХОМОГЕННОСТ. Първият от тези закони е законът за хомогенност.

Да предположим, че чрез едно външно изменение α преминаваме от съвкупността от усещания A към съвкупността B , после, че това изменение α се коригира чрез волево съотносително движение β по такъв начин, че се връщаме към съвкупността A .

Сега да предположим, че друго изменение α' ни връща от съвкупността A към съвкупността B .

Сега опитът ни учи, че това изменение α' , също като α , подлежи на корекция чрез едно волево съотносително движение β' и че това движение β' съответства на същите мускулни усещания като движението β , което коригира α .

Това е фактът, който обикновено се изразява, като се казва, че *пространството е хомогенно и изотропно.*

Може също да се каже, че едно движение, веднъж извършено, може да се повтори, потрети и т.н., без свойствата му да се променят. [...]

От това повторение се възползва математическото разсъждение; значи благодарение на закона за хомогенност това разсъждение важи за геометричните факти.

За да бъдем изчерпателни, налага се към закона за хомогенност да прибавим маса други аналогични закони, които не искам да разглеждам подробно, но които

математиците резюмират с една дума, като казват, че преместванията образуват “група”.

НЕЕВКЛИДОВИЯТ СВЯТ. Ако геометричното пространство беше рамка, наложена на *всяка* от представите ни, взета отделно, щеше да е невъзможно да си представим образ, отделно от тази рамка, и не бихме могли да променим нищо в нашата геометрия.

Но това не е така. Геометрията е само резюме на законите, съгласно които тези образи *следват* един след друг. Тогава нищо не пречи да си представим поредица от представи, подобни по всичко на нашите обикновени представи, но в последователност, определена от закони, различни от тези, с които сме свикнали.

Ясно е тогава, че същества, израснали в среда, където тези закони са преиначени по такъв начин, биха могли да имат геометрия, съвсем различна от нашата.

Да предположим, например, свят, затворен в една голяма сфера и подчинен на следните закони:

Там температурата не е една и съща; тя е максимална в центъра и намалява с отдалечаването от него, за да стигне до абсолютната нула при достигането на сферата, където е затворен този свят.

Ще уточня закона, съгласно който се променя тази температура. Нека R да е радиусът на граничната сфера; нека r да е разстоянието от дадена точка до центъра на тази сфера. Абсолютната температура ще е пропорционална на $R^2 - r^2$.

Ще предположа още, че в този свят всички тела имат един и същ коефициент на разширение, така че дължината на произволна линийка ще бъде пропорционална на абсолютната ѝ температура.

Ще предположа, накрая, че един предмет, пренесен от една точка в друга с различна температура веднага преминава в термодинамично равновесие с новата си среда.

Нищо в тези хипотези не противоречи на това, което можем да си представим.

Тогава един движещ се предмет ще намалява все повече с приближаването си към граничната сфера.

Да отбележим най-напред, че този свят, макар и ограничен от гледна точка на обикновената ни геометрия, ще изглежда безкраен на своите обитатели.

Наистина, когато те искат да се приближат към граничната сфера, те губят топлина и все повече намаляват размерите си. Следователно, стъпките, с които напредват, също стават все по-малки, така че те никога не могат да достигнат граничната сфера.

Ако за нас геометрията не е нищо друго освен изучаването на законите, съгласно които се движат непроменливите твърди тела, за тези въображаеми същества това ще бъде изучаването на законите, съгласно които се движат твърдите тела, *деформирани от тези температурни разлики*, за които говорих току-що.

Без съмнение и в нашия свят естествените твърди тела са подложени на изменения във формата и обема поради затопляне или охлаждане. Но, когато нахвърляме основите на геометрията, ние пренебрегваме тези изменения; защото, освен че са много слаби, те се извършват безредно и поради това ни изглеждат случайни.

В този хипотетичен свят това няма вече да е така и тези изменения ще следват правилни и много прости закони.

От друга страна, различните твърди части, от които се състоят телата на неговите обитатели, ще бъдат подложени на същите изменения във формата и обема.

Ще направя и още едно допускане; ще предположа, че светлината преминава през среда с променящи се оптически свойства, така че коефициентът ѝ на пречупване е обратно пропорционален на $R^2 - r^2$. Лесно е да се види, че при тези обстоятелства светлинните лъчи няма да бъдат прави линии, а окръжности.

За да оправдая предшестващото, ми остава да покажа, че определени изменения в положението на външните предмети могат да се *коригират* чрез съотносителни

движения на надарените със сетивност същества, които обитават този въображаем свят; и то по такъв начин, че да бъде възстановена първоначалната съвкупност от впечатления, изпитана от тези същества.

Наистина, да предположим, че един предмет се премества, деформирайки се, не като неизменно твърдо тяло, а като твърдо тяло, подложено на неравномерно разширение, което точно следва закона за температурата, приет по-горе. Позволете за краткост да наричам подобно движение *неевклидово преместване*.

Ако едно възприемащо същество се намира наблизо, неговите впечатления ще бъдат видоизменени от преместването на предмета, но то ще може да ги възстанови, като се придвижи, то самото, по подходящ начин. Достатъчно е системата, състояща се от предмета и възприемащото същество, схванати като образуващи едно тяло, в крайна сметка да е извършила едно от тези особени премествания, които нарекох неевклидови. Това е възможно, ако предположим, че частите на тялото на тези същества се разширяват в съответствие със същия закон като другите тела от света, които те обитават.

Въпреки че от гледна точка на нашата обичайна геометрия при това преместване телата са се деформирали и че различните им части вече не се намират в същото относително положение, все пак ние ще видим, че това същество се е върнало към предишната си съвкупност от впечатления.

Действително, разстоянията на различните части една от друга може да са се променили, но частите, които първоначално са се допирали, пак са се допрени. Така че, осезателните впечатления не са се променили.

От друга страна, предвид допускането, което направихме по-горе по отношение на пречупването и изкривяването на светлинните лъчи, и зрителните впечатления ще са същите.

Следователно тези въображаеми същества ще бъдат доведени, като нас, дотам да разделят явленията на два класа и да различават сред тях “изменения на положението”, поддаващи се на корекция чрез съотносително волево движение.

Ако те създадат геометрия, това няма да бъде, като нашата, изучаване на движенията на нашите непроменливи твърди тела; това ще бъде изучаване на измененията в положението, които те са различили по описания начин и които не са нищо друго освен “неевклидовите премествания”, *това ще бъде неевклидовата геометрия*.

Така че, същества като нас, израснали в подобен свят, не биха имали същата геометрия като нас. [...]

ЗАКЛЮЧЕНИЯ. Вижда се, че опитът играе незаменима роля във формирането на геометрията; но би било грешка да се заключи, че геометрията е, дори отчасти, експериментална наука.

Ако беше експериментална, тя щеше да е само приблизително вярна и щеше да върши работа само временно. И що за грубо приближение!

Геометрията щеше да бъде само изучаване на движенията на твърдите тела; но в действителност тя не се занимава с твърдите тела в природата, неин предмет са някакви идеални, съвършено неизменни твърди тела, които са само техен опростен и доста далечен образ.

Понятието за тези идеални тела е получено от всички части на нашия ум и опитът е само повод да го извлечем оттам.

Предметът на геометрията е изучаването на една особена “група”; но общото понятие за група го предшества в нашия ум, поне във възможност. То ни се налага не като форма на нашата сетивност, а като форма на разсъдък ни.

Просто сред всички възможни групи трябва да се избере тази, която ще бъде, така да се каже *еталонът*, към който ще отнасяме природните явления.

Опитът ни води при този избор, без да ни го налага; той ни дава да разберем не коя е най-истинната геометрия, а коя е най-удобната.

Може да се забележи, че бях в състояние да опиша въображаемите светове, които си представих по-горе, *като не преставах да използвам езика на обикновената геометрия.*

И действително, ако бихме се пренесли там, нямаше да ни се наложи да заменим този език.

Същества, израснали там, несъмнено биха намерили за по-удобно да създадат геометрия, различна от нашата, която да е по-пригодна за техните впечатления. Що се отнася до нас, изправени пред *същите* впечатления, сигурно е, че ще намерим за по-удобно да не променяме навиците си.